Examenul de bacalaureat 2024

Simularea probei E.c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE **Simulare**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$N=\log_2 7\cdot 14-2\log_2\frac{7}{4}=l\text{og}_2 7\cdot 14-\log_2\frac{49}{16}=l\text{og}_2 7\cdot 14:\frac{49}{16}=$	**3p**
	$=\log_2 32=5\in\mathbb{N}$	**2p**
2.	$x_m=\frac{-1}{2},y_m=\frac{3}{4},V_m\left(\frac{-1}{2},\frac{3}{4}\right)$	**3p**
	$V_m\left(\frac{-1}{2},\frac{3}{4}\right)\in d\Leftrightarrow\frac{-1}{2}+2\cdot\frac{3}{4}-1=0$ adevărat	**2p**
3.	$S=x_1+x_2=m,P=x_1\cdot x_2=-1$	**2p**
	$x_1^2+x_2^2=x_1+x_2+2\Leftrightarrow S^2-2P=S+2\Leftrightarrow m^2-m=0\Leftrightarrow$ m=0 sau m=1	**3p**
4.	$2\cdot 2^x+\frac{4}{2^x}=9,2^x=t>0$	**2p**
	$2t^2-9t+4=0,\ t=4$ sau $t=\frac{1}{2}\Rightarrow x=2$ sau $x=-1$	**3p**
5.	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}\Rightarrow a=2$	**2p**
	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\cdot AC\cdot\cos 60=2\cdot 2\cdot 0,5=2$	**3p**
6.	$\sin a\cos\left(\frac{\pi}{2}+a\right)-\cos a\sin\left(\frac{\pi}{2}+a\right)=\sin\left(a-\left(\frac{\pi}{2}+a\right)\right)=$	**2p**
	$=\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-s\text{in}\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$	**3p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A(m)=\begin{vmatrix}1&-1&1\\1&2&-1\\m&1&1\end{vmatrix}=2+1+m-2m+1+1=$	**3p**
	$=5-m$	**2p**
b)	$m=5\Rightarrow\det A(m)=0$ $\Delta_{principal}=\begin{vmatrix}1&-1\\1&2\end{vmatrix}\neq 0$ rang A(5)=2	**2p**
	$\Delta_{caracteristic}=\begin{vmatrix}1&-1&2\\1&2&3\\5&1&21\end{vmatrix}\neq 0$ Deci sistemul este incompatibil	**3p**
c)	Din primele două ecuații găsim : $x=\frac{5-y}{2},z=\frac{3y-1}{2}$	**2p**
	Deoarece $x,y,z\in\mathbb{N}$,găsim soluțiile (2,1,1),(1,3,4),(0,5,7)	**2p**
	Folosind ecuația a treia și faptul că $m\in\mathbb{N}$ găsim m=2, și soluția este (1,3,4)	**1p**

2.a)	$2*0=\frac{1}{2}\left(2+0+\|2-0\|\right)=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}(2+2)=2$	**2p**
b)	$a\le b\Rightarrow \|a-b\|=b-a$	**2p**
	$a*b=\frac{1}{2}\left(a+b+\|a-b\|\right)=\frac{1}{2}\left(a+b+b-a\right)=\frac{1}{2}\cdot 2b=b$	**3p**
c)	Cum $\forall x,y\in\mathbb{R}$ avem $\|x-y\|=\|y-x\|\Rightarrow \forall x,y\in\mathbb{R},\ x*y=y*x$ $x^2+1\ge 2x$ și $x^2+1\ge -2x,\forall x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$\left(\left(2x\right)*\left(x^2+1\right)\right)*\left(-2x\right)=\left(x^2+1\right)*\left(-2x\right)=\left(-2x\right)*\left(x^2+1\right)=x^2+1.$	**2p**
	$x^2+1=10$, deci x=-3 sau x=3	**1p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'\left(x\right)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}-\frac{1}{x+\sqrt{x^2+3}}\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}\right)=$	**3p**
	$=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}}$	**2p**
b)	Panta tangentei în punctul A$\left(-1,f\left(-1\right)\right)$ este $m_1=f'\left(-1\right)=-1$	**2p**
	x-y+2=0⇒y=x+2⇒m_2=1. Deci $m_1\cdot m_2=-1$ de unde rezultă că tangenta și dreapta sunt perpendiculare.	**3p**
c)	$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=1$ Dacă $x\in\left(-\infty,1\right)\Rightarrow f'\left(x\right)<0\Rightarrow$ f este strict descrescător pe $\left(-\infty,1\right)$, dacă $x\in\left(1,\infty\right)\Rightarrow f'\left(x\right)>0\Rightarrow$ f este strict crescător pe $\left(1,\infty\right)$,	**3p**
	$f\left(1\right)=2-\ln 3$, f continuă pe $\mathbb{R}$. De unde rezultă $f\left(x\right)\ge f\left(1\right)=2-\ln 3>0,\forall x\in\mathbb{R}.$ Deci graficul funcției nu intersectează axa Ox	**2p**
2.a)	$\int f\left(x\right)\cdot\sqrt{3-2x}dx=\int x\cdot\left(3-2x\right)dx=$	**2p**
	$=\int\left(3x-2x^2\right)dx=\frac{3x^2}{2}-\frac{2x^3}{3}+C$	**3p**
b)	F primitiva lui f $\Rightarrow F'(x)=f(x)$ pentru orice $x\in\left(-\infty,1\right]$	**1p**
	$F'\left(x\right)=\left[\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{3-2x}\right]'=\left(ax^2+bx+c\right)'\sqrt{3-2x}+\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{3-2x}'=$ $=\left(2ax+b\right)\sqrt{3-2x}-\frac{ax^2+bx+c}{\sqrt{3-2x}}=\frac{-5ax^2+\left(6a-3b\right)x+3b-c}{\sqrt{3-2x}}$	**2p**
	Din $F'(x)=f(x)$ rezultă $a=\frac{2}{5},b=-\frac{1}{5},c=-\frac{3}{5}$	**2p**
c)	Fie F o primitivă a funcției f atunci $F_1:\mathbb{R}\to\mathbb{R},F_1(x)=F(x)+C$, $C\in\mathbb{R}$ F_1 convexă, dacă $F_1''(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F_1''\left(x\right)=f'\left(x\right)=\left(x\cdot\sqrt{3-2x}\right)'=\sqrt{3-2x}-\frac{x}{\sqrt{3-2x}}=\frac{3-2x-x}{\sqrt{3-2x}}$	**2p**
	Deci $F_1''\left(x\right)=\frac{3-3x}{\sqrt{3-2x}}=\frac{3\left(1-x\right)}{\sqrt{3-2x}}\ge 0,\forall x\in\left(-\infty,1\right],$ de unde rezultă că F_1 este funcție convexă pe $\left(-\infty,1\right]$.	**1p**